

Second Term Evaluation - 2025

Grade

13

විෂයය
Subject

සංයුක්ත ගණිතය II

කාලය
Time

පැය 3 මිනිත්තු 10

නම
பெயர்
Name

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
එකතුව		

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ	

A කොටස

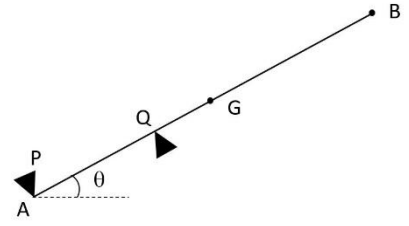
1. තරමින් සමාන නමුත් ස්කන්ධ අතර අනුපාත $n : 1$ වූ, A හා B අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් u හා $2u$ ප්‍රවේග වලින් එකිනෙක දෙසට සුමට තිරස් සරල රේඛීය මාර්ගයක් ඔස්සේ චලනය වී සරලව ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{3}$ නම් ගැටුමෙන් පසු B අංශුවේ ප්‍රවේගය u හා n ඇසුරින් සොයන්න. තවද ගැටුමෙන් පසු B අංශුව ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වේ නම් $n = 3$ බව අපෝහනය කරන්න.

2. OXY තලයේ O ලක්ෂ්‍යයේ සිට තිරසර α ($0 < \alpha < \pi/2$), ආනතව u වේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. $P(x, y)$ හිදී අංශුවේ පථයෙහි සමීකරණය $y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2u^2} \sec^2 \alpha$ බව දී ඇත. $\theta = 30^\circ$ දී අංශුවේ තිරස් පරාසය R වේ. අංශුවේ තිරස් විස්ථාපනය $\frac{3R}{4}$ වන විටදී එහි සිරස් විස්ථාපනය $\frac{\sqrt{3}R}{16}$ බව පෙන්වන්න.

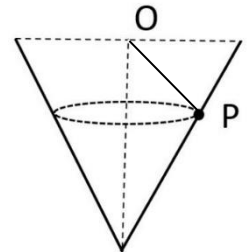
-
- This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

-
- This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

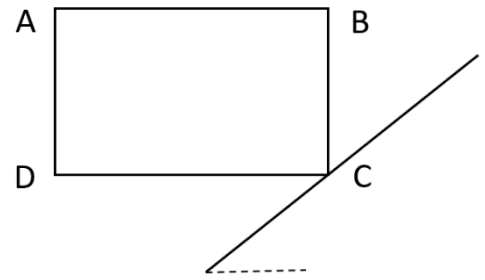
5. දිග $2a$ වූ ඒකාකාර දණ්ඩක A කෙළවර අවල සුමට නාදැන්තක් යටින්ද, දණ්ඩ මත ලක්ෂ්‍යයක් Q රළු නාදැන්තක් මත ගැටෙමින්ද, රූප සටහනේ පරිදි සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇත. Q හා දණ්ඩ අතර සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{4} \tan \theta$ නම් PQ දුර $\frac{a}{4}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු දණ්ඩේ තිරසර ආනතියද G යනු දණ්ඩේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ද වේ.



6. රූපයේ දක්වා ඇති අඩ සිරස් කෝණය α වූ සෘජු සුමට කුහර කේතුව අක්ෂය සිරස්ව ශීර්ෂය පහලට සිටින සේ අවලව සවිකර තිබේ. එහි අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය මත ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, දිග a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් එහි කේන්ද්‍රය O ට සම්බන්ධ කර ඇත. අංශුවට ලබා දෙන ω ඒකාකාර කෝණික ප්‍රවේගයෙන් එය අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය මත තිරස් වෘත්තයක ගමන් කරයි. යටි අත් සිරසට තන්තුවේ ආනතිය α නම් තන්තුවෙහි ආතතිය $T = \frac{m(g \cos \alpha - a\omega^2 \sin^2 \alpha)}{\cos 2\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

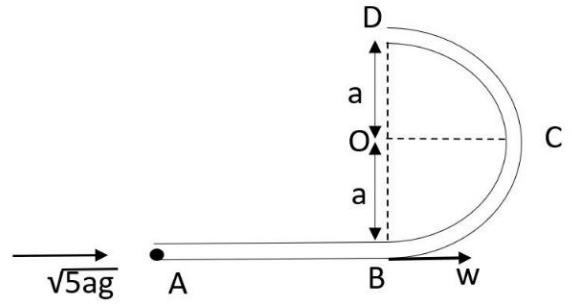


9. බර 64 N වූ $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍ර ආස්තරයක $AB = 120\text{ cm}$ හා $AD = 32\text{ cm}$ වේ. එහි A ශීර්ෂය සුමට ලෙස අසවිකර, C ශීර්ෂය, තිරසර $\tan^{-1} \frac{15}{8}$ ආනත සුමට තලයක් මත තබා ඇත්තේ AB පාදය තිරස්වන පරිදිය. මෙම පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව පවතින විට ආස්තරය මත A හි අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.



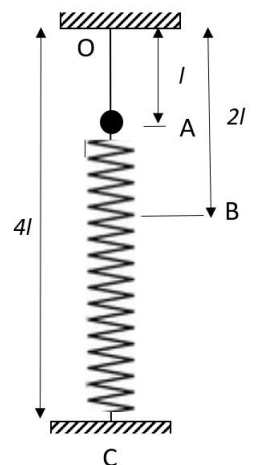
10. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයේ නිරවශේෂ සිද්ධි දෙකකි. $P(A' \cap B) = 0.1$ ද $P(B' \cap A) = 0.6$ ද ලෙස දී ඇති මෙහි A' හා B' යනු A හා B සිද්ධිවල අනුපූරක සිද්ධි වේ. $P(A \cap B)$ සොයන්න. A හා B ස්වායක්ත සිද්ධි වේද? ඔබේ පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.

b). රූපයේ දැක්වෙන පරිදි BCD යනු කේන්ද්‍රය O වන අරය a වන සිහින් සුමට අර්ධ වෘත්තාකාර කේෂික බටය සිරස් තලයක අවලව් සවිකර ඇත. එයට දිග a වූ එකම විශ්කම්භය සහිත AB රළු කේෂික බටයක් තිරස්ව B හිදී සවිකර ඇත. AB කොටසේ ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. A හි තබා ඇති ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවක් \overrightarrow{AB} දිශාවට $\sqrt{5ag}$ වේගයෙන් නලය තුළට ප්‍රක්ෂේප කරයි. P අංශුව B හිදී කේෂික අර්ධ වෘත්ත නලයට ඇතුළු වන ප්‍රවේගය w නම් $w = 2\sqrt{ag}$ බව පෙන්වන්න.



ඉන් අනතුරුව P අංශුව වෘත්ත නලය යටි අත් සිරස සමග θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) කෝණයක් සාදන විට, අංශුවේ ප්‍රවේගය v නම්, $v^2 = 2ag(1 + \cos \theta)$ බව පෙන්වන්න. අංශුව මත කේෂික නලයෙන් ඇති කරන අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව R නම්, $R = 2mg(2 + 3 \cos \theta)$ බව පෙන්වන්න. තවද චලිතයේ කිසියම් අවස්ථාවකදී R ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව මාරුවන බව පෙන්වා, එම අවස්ථාවට අනුරූප කෝණය ලබා ගන්න. තවදුරටත් අංශුවට යන්ත්‍රමත් ඉහලම ලක්ෂ්‍යය වන D ට ළඟා විය හැකි බව පෙන්වන්න.

13. ස්වාභාවික දිග l හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අවල ලක්ෂ්‍යයකට ද, අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකටද ඇඳා ඇත. O සිට $4l$ දුරක් සිරස්ව පහළින් පිහිටි C නම් ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇති ස්වාභාවික දිග $2l$ හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වූ සිහින් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ දුන්නක අනෙක් කෙළවර P අංශුවට ඇඳා තිබේ. O සිට l දුරක් පහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය A ද $2l$ දුරක් පහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය B ද වේ. දැන් P අංශුව A ලක්ෂ්‍යය වෙත ඇද සිරුවෙන් අතහරිනු ලැබේ. අංශුව A හිදී නිශ්චලතාවයේ සිටියේ චලිතය ආරම්භ කරයි. A සිට B දක්වා P අංශුවෙහි චලිත සමීකරණය $x + \frac{3g}{2l}(x - 2l) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි $OP = x$, ($x > l$) වේ.



$X = x - 2l$ ලෙස ගැනීමෙන් ඉහත චලිත සමීකරණය $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ ලෙස ලියා දක්වන්න. මෙහි $\omega (> 0)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු නියතයකි. P හි මෙම චලිතයේ කේන්ද්‍රය සොයන්න. $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් චලිතයේ විස්තාරය සොයා, P අංශුව B වෙත ළඟාවන ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{3gl}{2}}$ බවද පෙන්වන්න. මෙහි c යනු විස්තාරයයි.

අංශුව ළඟාවන පහත්ම ලක්ෂ්‍යය D නම් B සිට D දක්වා අංශුවේ චලිත සමීකරණය $x + \frac{g}{2l}(x - 2l) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. $Y = x - 2l$ ලෙස ගැනීමෙන් ඉහත චලිත සමීකරණය $\ddot{Y} + \omega_0^2 Y = 0$ ආකාරයෙන් ලියා මෙම චලිතයේ කේන්ද්‍රය සොයන්න. $\dot{Y}^2 = \omega^2(k^2 - Y^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් මෙම චලිතයේ විස්තාරය, k සොයන්න. O සිට $(\sqrt{3} + 2)l$ දුරින් අංශුව ළඟාවන පහත්ම ලක්ෂ්‍යය වන D ඇති බව පෙන්වන්න.

A සිට D දක්වා චලිතය සඳහා ගතවූ මුළු කාලය $\pi \sqrt{\frac{l}{6g}}(1 + \sqrt{3})$ බව පෙන්වන්න.

14. a). \underline{a} හා \underline{b} නිශ්ශුන්‍ය අසමාන්තර දෛශික දෙකක්ද $\alpha \underline{a} + \beta \underline{b} = \underline{0}$ බවද දී ඇත. $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ බව සාධනය කරන්න.

O, A හා B යනු එක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය තුනකි. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ ද $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ද $\overrightarrow{OC} = \underline{a} + 2\underline{b}$ ද වේ.

D යනු $BD:DC = 1:2$ වන පරිදි BC මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. \overrightarrow{OD} දෛශිකය \underline{a} හා \underline{b} ඇසුරෙන් ලබාගන්න. OD හා AB රේඛා E හිදී ඡේදනය වේ. λ හා μ තාත්වික නියත වන විට, $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{OE} = \mu \overrightarrow{OB}$ ලෙස ලිවිය හැකි වන්නේ ඇයි දැයි පැහැදිලි කරන්න.

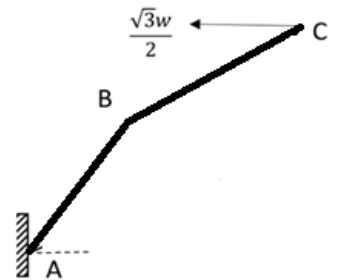
\overrightarrow{OE} දෛශිකය සඳහා දෛශික ආකලනය යොදා ගනිමින් \underline{a} හා \underline{b} ඇසුරෙන් ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න. ඉහත ප්‍රතිඵල යොදා ගනිමින් $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{5}(\underline{a} + 4\underline{b})$ බව පෙන්වන්න.

- b). ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක පාදයක දිග a වන අතර D, E හා F යනු පිළිවෙලින් AB, BC හා AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. $\lambda P, \mu P, 8P, 4\sqrt{3}P, 6\sqrt{3}P$ හා $10\sqrt{3}P$ යන බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BF}, \overrightarrow{EA}$ හා \overrightarrow{CD} යන පාද ඔස්සේ අකුරු පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මෙහි λ හා μ තාත්වික නියත වේ.

- λ හා μ හි කිසිදු අගයක් සඳහා බල පද්ධතිය සමතුලිත නොවන බව පෙන්වන්න.
- පද්ධතිය බල යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම්, λ හා μ හි අගයන් සොයා බල යුග්මයේ සූර්ණයේ විශාලත්වයද දිශාවද සොයන්න.
- බල පද්ධතිය විශාලත්වය $28P$ වූ සම්ප්‍රසක්ත බලයකට හා A වටා $2\sqrt{3}Pa$ දක්ෂිණාවර්ත සූර්ණයකට තුල්‍ය වේ නම්, λ හා μ සොයන්න.
මෙම තනි බලයේ දිශාවද එම බලයේ ක්‍රියා රේඛාව AB රේඛාව කපන ස්ථානයට A සිට ඇති දුරද සොයන්න.

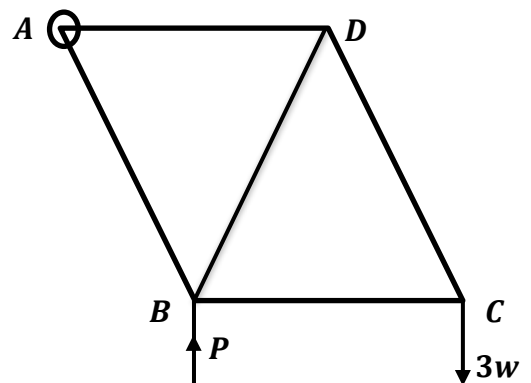
15. a). AB, BC යනු බර w වන දිගින් සමාන ඒකාකාර දඬු 2කි. ඒවා B හිදී සුමට ලෙස සන්ධිකර තිබේ. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි පද්ධතිය A හිදී සුමට ලෙස අසව් කර සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත්තේ, C හිදී යෙදූ $\frac{\sqrt{3}w}{2}$ වන තිරස් බලයක් ආධාරයෙනි.

BC දණ්ඩ තිරස සමඟ සාදන සුළු කෝණය ද, AB දණ්ඩ උඩුඅත් සිරස සමඟ සාදන කෝණය ද සොයන්න. තවද BC දණ්ඩ මත B සන්ධියෙන් වන ප්‍රතික්‍රියාවද සොයන්න.



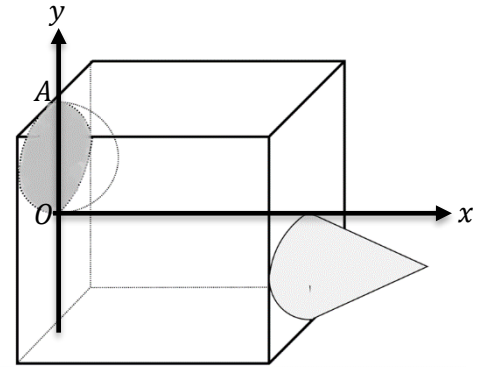
- b). දිගින් සමාන AB, BC, CD, AD හා BD සැහැල්ලු දඬු පහක් සුමටව සන්ධි කිරීමෙන් $ABCD$ රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත. C හිදී $3w$ භාරයක් එල්ලා ඇති අතර A හිදී අවල ලක්ෂ්‍යකට සුමට සන්ධි කිරීමෙන්ද, B හිදී P සිරස් බලයක් යෙදීමෙන්ද එය සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත.

- P හි අගය සොයන්න.
- බෝ අංකනය භාවිතයෙන් B, C හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහන අඳින්න. එනමින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතතිද හා තෙරපුම්ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් ඒවා සොයන්න.



16. (i) පතුලේ අරය r හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය පතුලේ ශීර්ෂයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් ද
- (ii) අරය r වන ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3r}{8}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

දිග $2a$ පළල a හා උස $2a$ වූ ඒකාකාර ඝන ලී කුට්ටියකින් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි එක් පැත්තක ඉහළ කොටසින් අරය $\frac{a}{2}$ වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක් භාරා ඉවත් කර ඇත. අනෙක් පැත්තේ පහළ කොටසට අරය $\frac{a}{2}$ හා උස a වූද ඝනත්වය ලී කුට්ටියේ ඝනත්වය මෙන් දෙගුණයක් වූ ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක් සම්බන්ධ කර S වස්තුව සාදා ඇත. ලී කුට්ටියේ, ඝන අර්ධ ගෝලයේ හා ඝන කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍ර එකම සිරස් තලයේ පිහිටයි. ඝන අර්ධ ගෝලයක් භාරා ඉවත් කර ඇති පැත්තේ මධ්‍ය ලක්ෂය වන O හරහා වන පරිදි OXY අක්ෂ පද්ධතිය සලකා,



S සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, OX සිට පහළට $\frac{3a\pi}{2(48+\pi)}$ දුරකින් ද OY සිට $\frac{3(256+23\pi)}{16(48+\pi)}a$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

දැන් S සංයුක්ත වස්තුව, එහි දාරයේ A කෙළවරින් නිදහස් ලෙස අසව් කරනු ලැබේ.

- (i) OA හි සිරසට ආනතිය සොයන්න.
- (ii) OX අක්ෂය තිරස් ලෙස තබා ගැනීම සඳහා තිරස් P බලයක් කේතුවේ ශීර්ෂයට දෙනු ලැබේ. S සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධය W නම්

$$P = \frac{(256+23\pi)}{8(48+\pi)}W \text{ බව පෙවන්න.}$$

